

Una nueva solución de equilibrio para el análisis límite de helicoides de fábrica con óculo central como los construidos por Guastavino

José Antonio García Ares

Dentro de las escaleras de caracol construidas en fábrica podemos distinguir dos tipos diferenciados. En un primer lugar tenemos las que cada escalón consiste en una única pieza de piedra que penetra cierta distancia dentro del muro perimetral, apoyando sucesivamente unos sobre otros. El análisis de este tipo, conocido normalmente, de modo erróneo, como escaleras en voladizo, del inglés *cantilevered stairs*, es tratado por Heyman (1995), Maunder (2005) o Price y Rogers (2005) basando su comportamiento estructural en esfuerzos de torsión en cada una de las piezas que constituyen los escalones. Destacados ejemplos son las escaleras del monasterio de la Carità en Venecia, de Palladio, el tripe helicoides del antiguo convento Santa María de Bonaval en Santiago de Compostela o la *geometrical staircase* de Christopher Wren en la torre sur de la catedral de San Pablo en Londres.

Las diseñadas y ejecutadas en los Estados Unidos por los Guastavino con su técnica tabicada formarían parte del segundo grupo. Estas escaleras están constituidas por piezas cerámicas de un tamaño modesto unidas entre sí con mortero. Se trata pues de estructuras propiamente de fábrica y su comportamiento estructural difiere de las anteriores. Calladine (2005) aborda su estudio considerándolas «láminas helicoidales uniformes de material elástico» y realiza un análisis de membrana. García Ares (2007) presenta por primera vez su estudio dentro del marco teórico del Análisis Límite y demuestra su equilibrio estático. Block (2009) las analiza aplicando un *Thrust Net-*

work Analysis [Análisis de Malla de Empujes] con un enfoque muy similar al de García Ares. El presente artículo abordará su estudio también dentro del marco teórico del Análisis Límite y de este modo se presentará una nueva solución de equilibrio que siendo compatible con las cargas no viole la condición límite del material. Es decir una solución para la cual no aparezcan tracciones y en la que los esfuerzos de compresión estén contenidos dentro de la fábrica. El método se aplicará a un caso concreto comparando los resultados con los obtenidos en García Ares (2007). Se harán también algunas consideraciones sobre la geometría de algunos ejemplos construidos como la escalera del Baker Hall en la Carnegie Me-



Figura 1
Escalera del Baker Hall en la Carnegie Mellon University en Pittsburg, Pennsylvania. (Bruce M. Coleman)

llon University en Pittsburg, Pennsylvania. Se compararán los empujes obtenidos con otros tipos estructurales como bóvedas con óculo y bóvedas planas.

CARACTERIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA A ESTUDIO

Antes de abordar el análisis es necesario caracterizar la estructura desde los distintos puntos de vista: formal, material y espacial. La definición formal atiende a su configuración geométrica, mientras que la material explica la constitución de las piezas que la componen y la relación entre ellas. La definición espacial considera el lugar que ocupa la estructura dentro del resto del edificio y las relaciones con los elementos adyacentes, es decir, las condiciones de contorno. La definición de la cuestión a estudio es análoga a la presentada en García Ares (2007) con una diferencia en la geometría que veremos a continuación.

La geometría

El análisis que presentamos considera la geometría de la estructura a estudio como la de un helicoides cilíndrico recto. Esto es, una superficie reglada no desarrollable definida por siguientes ecuaciones paramétricas para coordenadas polares:

$$x(r, \gamma) = r \cos(\gamma) \quad (1)$$

$$y(r, \gamma) = r \sin(\gamma) \quad (2)$$

$$z(\gamma) = c\gamma \quad (3)$$

Donde r es el radio y c un coeficiente que determinará la pendiente de la rampa o escalera. De esta superficie tomaremos una porción que queda definida por $r_1 \leq r \leq r_2$, siendo r_1 el radio del óculo y r_2 el radio exterior. Para poder materializar constructivamente la superficie anterior deberemos dotarla de un cierto espesor e que será constante y normal a la superficie definida anteriormente. Nótese que en García Ares (2007), con objeto de simplificar el análisis, se considera un grosor vertical constante lo que implica que el grosor normal varíe.

Consideraciones sobre el material

Se entiende por fábrica una construcción formada por un conjunto de piezas ya sean de piedra, ladrillo

u otro material rígido, dispuestas de tal modo que formen una estructura estable. Pueden estar unidas entre sí con algún mortero o simplemente unas sobre las otras. De cara al análisis estructural la fábrica ser puede caracterizar por tres hipótesis básicas (Heyman 1999):

- I. La fábrica no tiene resistencia a tracción. Es un material unilateral.
- II. En los tamaños habituales de los edificios las tensiones que se dan son tan bajas que podemos considerar que la fábrica tiene una resistencia a compresión ilimitada.
- III. No es posible el fallo por deslizamiento.

Estas hipótesis son de gran utilidad ya que como señala Heyman nos permitirán analizar la estructura dentro del marco del análisis límite. Si bien sólo la primera hipótesis está del lado de la seguridad, las otras dos suelen ser razonables en las estructuras de fábrica habituales y pueden ser comprobadas a posteriori.

Hipótesis sobre las condiciones de contorno

El presente artículo se centra en el estudio de las rampas o escaleras de fábrica helicoidales con óculo central. Con tal fin establecemos una serie de hipótesis sobre las condiciones de contorno que nos permitan centrar la atención del análisis en la estructura helicoidal. De este modo consideraremos la hélice de fábrica confinada dentro de un cilindro infinitamente rígido capaz de resistir cualquier empuje que la escalera pueda transmitirle. Así mismo los apoyos, tanto en el arranque como en el desembarco, serán capaces de soportar los empujes que les sean transmitidos por la escalera. Esto nos permitirá abordar el análisis de nuestra estructura aislándola del resto de la construcción pudiendo, a posteriori, con los empujes obtenidos comprobar la validez de estas hipótesis.

ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA

Dentro del marco del análisis límite aplicado a las estructuras de fábrica, caracterizadas por las tres hipótesis básicas que hemos visto, podemos enunciar el

teorema fundamental de la seguridad del siguiente modo: si se puede encontrar un estado de esfuerzos de compresión dentro de la fábrica, en equilibrio con las acciones, la estructura será segura y no colapsará (Heyman 1999; Huerta 2004). Al ser la estructura hiperestática existirán infinitos estados de equilibrio que no violan las hipótesis del material. Cada uno de ellos podrá ser representado por una línea de empujes. En el caso de estructuras tridimensionales podemos hablar de superficies de empujes o de varias líneas de empujes. A lo largo de este apartado se tratará de buscar una de estas soluciones de equilibrio aplicando el método de los cortes combinado con la estática gráfica.

El método de los cortes, gajos de grosor infinitesimal

Para abordar el análisis de estructuras tridimensionales es de gran utilidad el empleo del método de los cortes (Heyman 1999) que permite estudiar el problema, o al menos parte de él, de un modo bidimensional. El procedimiento consiste, en primer lugar, en imaginar la estructura dividida en una serie de partes. Para cada una ellas se obtienen luego los empujes que ejercerán sobre los apoyos o/y sobre las otras partes. Si al final todas las reacciones están en equilibrio y las líneas de empujes contenidas dentro del grosor de la fábrica la solución obtenida será segura y, basándonos en el teorema fundamental de la seguridad podremos afirmar que la estructura no colapsará.

El sistema de cortes elegido caracterizará, pues, la solución de equilibrio. Lo habitual consiste en considerar una cierta familia de planos paralelos, en el caso de bóvedas cilíndricas, o radiales, en el caso de cúpulas de revolución. En este caso, dada la configuración geométrica de la escalera de caracol, el sistema de cortes elegido es algo más sofisticado. Consideraremos una familia de planos verticales tangentes al óculo del helicoides que lo dividirán en una serie de gajos todos idénticos. El grosor de estos gajos puede ser muy pequeño, incluso infinitesimal. Esto, como ocurre en el análisis de cúpulas de revolución, es de gran utilidad ya que nos permitirá analizar el equilibrio de los gajos como si fueran planos y obtener fácilmente el empuje sobre el cilindro perimetral.

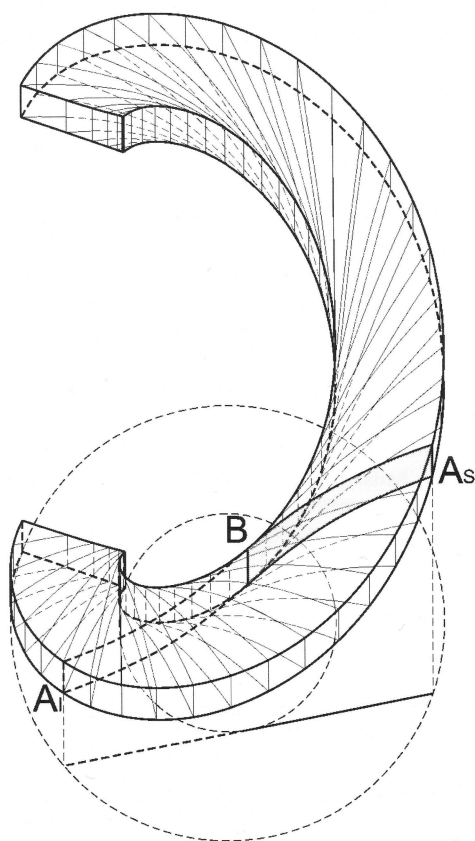


Figura 2

Se muestran algunos cortes por una familia de planos verticales tangentes al óculo del helicoides. Se puede entender como una serie de gajos de cierto grosor o como la representación de algunos gajos de grosor infinitesimal. Se ha resaltado uno de los cortes $ASBA_1$ (Dibujos del autor)¹

El equilibrio de los cortes, equilibrio del gajo de grosor infinitesimal.

La figura 3(b) representa uno de esos gajos de grosor infinitesimal A_sB . Se muestra también BA_1 que es la continuación del corte hasta su encuentro con el apoyo en el cilindro perimetral. Nótese que la porción BA_1 no aporta carga y simplemente transmite la línea de empujes hasta el apoyo. Su carga correspondiente será computada en un gajo diferente cuando caiga dentro de la porción A_sB . Por esto la línea de empujes toma la forma de una línea recta en

esta porción. Observando el corte A_SBA_I se ve que es posible inscribir en su interior un arco adintelado inclinado en el cual no es posible encontrar ningún mecanismo de colapso, siendo por tanto infinitamente resistente. Debido a la curvatura del intradós y extradós, si reducimos el grosor del helicoides, llegaremos a un punto en el que esto no sería posible. No es por tanto una propiedad que podamos generalizar. Figura 3(a)

En la figura 3(b) se ha trazado la línea de empuje mínimo dividiendo el gajo verticalmente. En este caso, debido a los parámetros geométricos del helicoides elegido, la línea de empuje mínimo pasará por el intradós en A_S y A_I siendo tangente al extradós en un punto intermedio de BA_I . Esto puede variar según la geometría del helicoides que se estudie. Resulta sencillo hallar los valores de las componentes verticales R_{VS} , R_{VI} , y horizontal R_H de los empujes en los apoyos A_S y A_I . Queda pues demostrado el equilibrio

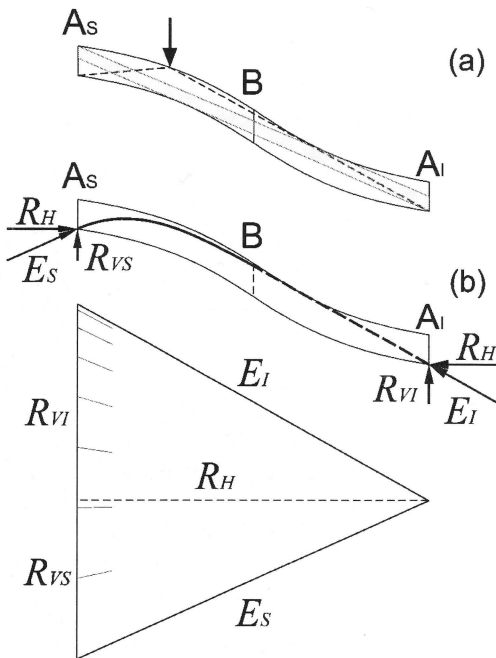


Figura 3
Corte de grosor infinitesimal. Arco dintelado inclinado inscrito y carga puntual (a). Se muestra la línea de empujes mínimo, las correspondientes reacciones en los apoyos y el polígono de fuerzas (b)

estático del corte infinitesimal y por extensión el de la estructura helicoidal.

Empuje sobre el muro cilíndrico perimetral

Una de los beneficios del sistema de cortes elegido es que, como hemos visto, todos los gajos que resultan son idénticos. Basta pues con analizar uno de ellos para determinar los empujes en el cilindro perimetral.

Tal como se muestra en la figura 4(a) en cada punto A confluyen dos cortes A_SBA_I . De este modo, en la solución de equilibrio que se presenta, el empuje que el helicoides ejerce sobre el cilindro perimetral está constituido por las resultantes E_P de los empujes E_S y E_I de todos los pares de cortes A_SBA_I . Al ser la componente horizontal R_H la misma en E_S y E_I y el plano bisector de los dos planos que contienen el par de cortes A_SBA_I pasa por el eje del helicoides la componente horizontal E_{PH} del empuje sobre el cilindro perimetral es radial. La resultante de R_{VS} y R_{VI} nos dará la componente vertical E_{PV} .

Empujes en el arranque y desembarco

Como hemos visto en el apartado anterior, el caso típico de empuje sobre el cilindro perimetral es una

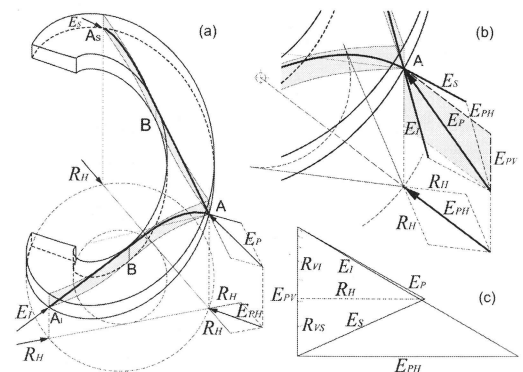


Figura 4
En cada punto A del perímetro confluyen dos cortes $ASBA_I$ (a). El empuje E_P será la resultante de E_I y E_S . Se muestra ampliado el punto A (b) y los distintos polígonos de fuerzas (c). Las componentes horizontales se muestran también representadas en un plano inferior

combinación de los empujes generados por dos cortes idénticos A_sBA_r . La introducción de un arranque y un desembarco y la consiguiente interrupción del helicoide afectan a la configuración de los cortes y como resultado las magnitudes de los empujes y su dirección variarán. Como se ve en la figura 2 los distintos cortes o gajos reducen su longitud, disminuyendo la carga y por tanto los empujes serán menores que sobre el cilindro perimetral. Para el cálculo detallado de los mismos habría que estudiar las resultantes de los pares de cortes en esas zonas. La figura 5 muestra cómo se ve afectada la componente horizontal del empuje por la introducción de un desembarco. Nótese que en el borde interior el empuje se hace nulo. Esto no ocurre en el caso del arranque.

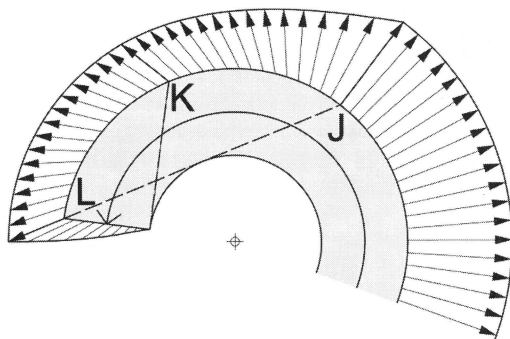


Figura 5

Representación en planta de la distribución de la componente horizontal del empuje en la zona del desembarco. Hasta J es el caso típico con empuje radial. De J a K el empuje disminuye hasta hacerse nulo. De K a L el empuje es constante e igual a ES. A partir de L el empuje disminuye hasta desaparecer en el borde interior¹

APLICACIÓN A ESCALERAS TABICADAS COMO LAS CONSTRUIDAS POR GUASTAVINO

Helicoide cilíndrico de generatriz plana horizontal

Aplicaremos ahora la solución de equilibrio expuesta al caso concreto de una bóveda tabicada similar a la diseñada y construida por Guastavino que se muestra en la figura 6. Para poder comparar los resultados con los obtenidos en García Ares (2007). Se considerarán los mismos parámetros: $r_1 = 1,5$ m, $r_2 = 2,5$ m,

$e = 0,15$ m, $h = 4$, $\tilde{n} = 20$ kN/m³, y una sobrecarga de 2 kN/m². El peso propio y la sobrecarga se engloban en una densidad equivalente $\rho_e = 33,3$ kN/m³. Los valores para el empuje perimetral que obtenemos son $E_{PH} = 16$ kN/m y $E_{PV} = 4,1$ kN/m. El empuje en el arranque y desembarco, como vimos, serán de valor inferior. Empleando la ecuación de García Ares (2007, eq. [24]) se obtienen unos valores variables de E_{PH} en el rango 37,3 - 46,6 kN/m para un desarrollo de rampa $\gamma_d = \pi$. E_{PV} es nula ya que en ese enfoque toda la carga vertical se transmite hasta el arranque y el desembarco. Esto tiene dos consecuencias: hace que los empujes en el arranque y desembarco sean muy grandes, y que todos los empujes crezcan al aumentar el desarrollo de la rampa. Así, también para un desarrollo de $\gamma_d = \pi$, se obtienen unos empujes máximos de $E_{arranque} = 298$ kN/m y $E_{desembarco} = 280$ kN/m. Si aumentamos el desarrollo de la rampa a $\gamma_d = 2\pi$ obtenemos $E_{PH} = 258,9 - 284,6$ kN/m, $E_{arranque} = 1071$ kN/m y $E_{desembarco} = 1051$ kN/m que son del todo inviables. (García Ares 2007, eqs. [24,25,26,27])

Con la nueva solución de equilibrio los empujes obtenidos son más razonables y no aumentarán al au-

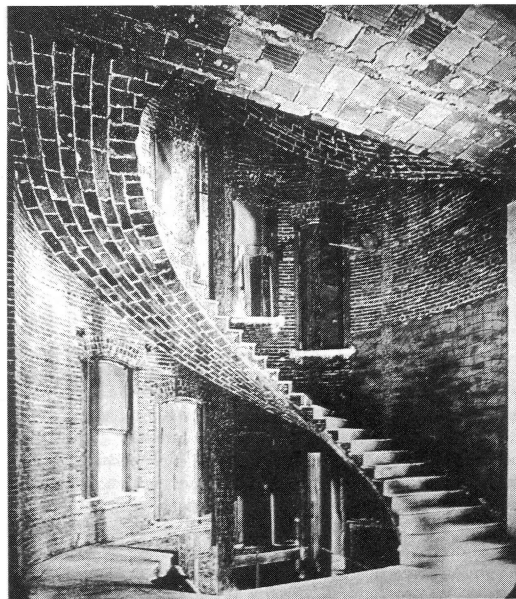


Figura 6

Estructura tabicada helicoidal construida por Guastavino para una escalera de caracol con óculo central. (Collins 1968, fig. 23A)

mentar la longitud de la escalera. Sin embargo el empuje horizontal E_{PH} es aproximadamente 4 veces el valor de la carga vertical lo que es bastante considerable. Analizaremos ahora un casquete esférico de 5 m de luz, flecha en la clave 1/10 de la luz y óculo de 1,5 m de radio, y una bóveda plana de 5 m de luz y un óculo de 1,5 m, ambos con un espesor de 0,15 m y una densidad equivalente de 33,3 kN/m³. Los valores que obtenemos son de $E_{PH} = 4,4$ kN/m y $E_{PV} = 4,2$ kN/m para la cúpula y de $E_{PH} = 14,4$ kN/m y $E_{PV} = 4$ kN/m para la bóveda plana circular. Considerando la proporción E_{PH} / E_{PV} tenemos que el empuje del helicoide es 3,7 veces mayor que el empuje de la bóveda de revolución y el de la bóveda plana 3,4 veces mayor que el de la bóveda de revolución. Vemos, por tanto, que en este caso de helicoide cilíndrico de generatriz plana horizontal el empuje es similar al de una bóveda plana.

Helicoides de generatriz curva. La escalera del Baker Hall en la Carnegie Mellon University

La figura 7 muestra una sección transversal del helicoide de la figura 4 por un plano que pasa por el eje. Se muestran las superficies de empujes resultantes aplicando la solución de equilibrio expuesta. Se ve que estas superficies pasan por el intradós en el apoyo y cerca del extradós en el borde libre del óculo. Esta forma de la superficie de empujes nos puede dar un indicio sobre la forma óptima de la estructura. Robert Hooke (1675) notó en su célebre: «*Ut pendet continuum flexile, sic stabit contiguum rigidum inversum*» [Del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido se sostendrá el arco rígido] que la forma ideal de un arco será aquella que coincida con la línea de empujes correspondiente a las cargas que el arco soporta. De esta manera la línea de empujes puede discurrir cómodamente dentro del arco y el espesor del mismo podrá ser mínimo.

Hasta ahora hemos considerado la geometría de la escalera como un helicoide cilíndrico de generatriz recta y horizontal. Sin embargo, si observamos algunos de los ejemplos contruidos por la Guastavino Company o los planos de proyecto de éstos², podemos apreciar que la geometría de los mismos no es tal. Por ejemplo, la sección para las escaleras del Baker Hall en el Carnegie Institute of Technology en Pittsburg, Pennsylvania³ construido en 1913 muestra

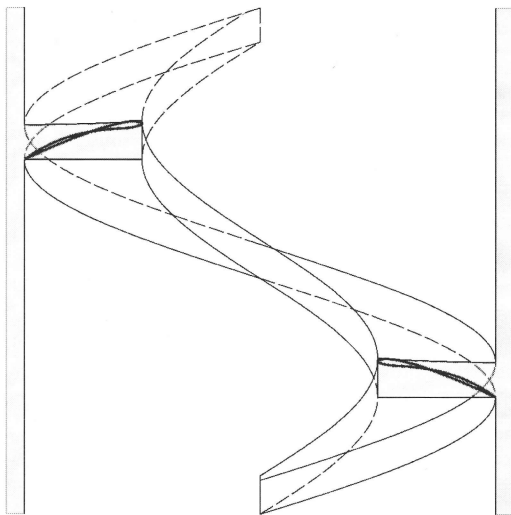


Figura 7

Sección transversal del helicoide de la figura 4 por un plano que pasa por el eje. Se muestran las superficies de empujes resultantes aplicando la solución de equilibrio expuesta¹

la generatriz del helicoide como un arco de circunferencia con tangente horizontal en el borde libre del óculo. Curiosamente la proporción flecha/luz es muy cercana al 1/10 frecuentemente recomendada por Guastavino (1893). La figura 8 (a) muestra un helicoide de planta circular y generatriz curva con unas proporciones cercanas a la escalera del Baker Hall: 6.5 m de diámetro, óculo de 2.5 m y un paso de hélice de 4 m. Se representan también una bóveda de revolución con la misma generatriz (b) y una bóveda plana (c) En los tres casos se ha considerado una densidad equivalente $\tilde{n}_e = 33,3$ kN/m³ y un espesor de 10 cm como se aprecia en el dibujo de Guastavino. Son estructuras mucho más esbeltas que la considerada anteriormente.

Realizaremos a continuación el análisis para comparar los resultados. En la figura 9 se han trazado las líneas de empuje mínimo para cada uno de los casos. Se obtienen los siguientes valores: E_{PH} (a) = 9,3 kN/m y E_{PV} (a) = 4,9 kN/m, E_{PH} (b) = 7,7 kN/m y E_{PV} (b) = 4,8 kN/m, E_{PH} (c) = 39,3 kN/m y E_{PV} (c) = 4,6 kN/m. Considerando la proporción E_{PH} / E_{PV} tenemos que el empuje del helicoide es 1,18 veces mayor que el empuje de la bóveda de revolución y el de la bóveda plana 5,3 veces mayor que el de la bóveda de revolu-

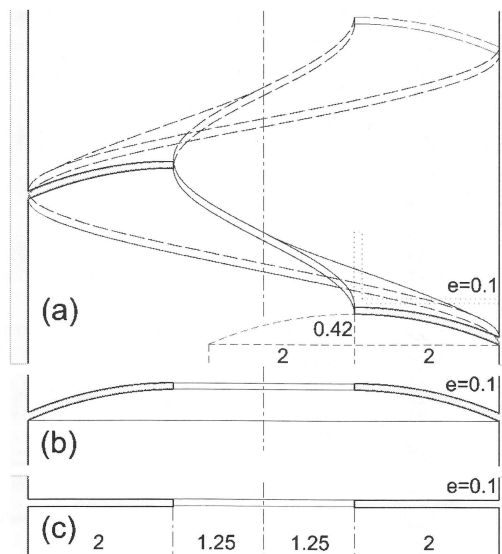


Figura 8

Helicoide de generatriz curva de proporciones similares a la escalera del Baker Hall de la Carnegie Mellon University en Pittsburg (a), bóveda de revolución con la misma generatriz (b) y bóveda plana (c). La proporción flecha/luz de la generatriz es muy cercana al 1/10 frecuentemente recomendada por Guastavino¹

ción. Estos resultados son de gran interés ya que muestran que el empuje del helicoide de generatriz curva es sólo ligeramente superior al de la bóveda de revolución con la misma generatriz. Nótese que cuando el helicoide era de generatriz plana horizontal su empuje era ligeramente superior que la bóveda plana. Todo lo anterior nos manifiesta que la geometría con la que Guastavino construía sus escaleras de caracol es muy eficiente, consiguiendo con esbelteces muy grandes empujes reducidos.

CONCLUSIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

En García Ares (2007) se demostró el equilibrio estático de los helicoides de fábrica con óculo central introduciendo una solución de equilibrio dentro del marco teórico del Análisis Límite. Sin embargo, el examen de las hipótesis consideradas a la luz de los resultados que se obtenían las hacía inviables. Los empujes que aparecían tanto en el perímetro como en

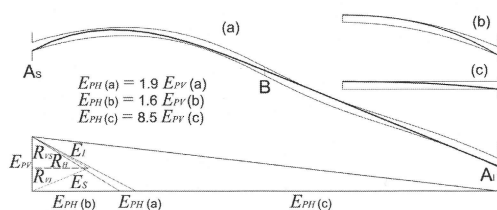


Figura 9

Análisis de las tres estructuras de la figura 8. Se han trazado las líneas de empuje mínimo. El diagrama con los polígonos de fuerzas se ha ajustado para representar en los tres casos la misma carga vertical¹

el arranque y desembarco eran excesivos para que una configuración constructiva razonable pudiera acomodarlos. El presente artículo también aborda el estudio desde el punto de vista del análisis límite, que consideramos es el adecuado para el estudio de las estructuras de fábrica. Se ha expuesto una nueva solución de equilibrio que permite analizar este tipo de estructuras de un modo sencillo. Los valores que se obtienen para los empujes son mucho más moderados y, lo que es más relevante, no se van acumulando a lo largo del helicoide siendo independientes del desarrollo del mismo. Esto se debe a que toda la carga se va constante y progresivamente transmitiendo al cilindro perimetral, no siendo necesaria la presencia de descansillos para asegurar la estabilidad. Aplicar esta solución de equilibrio a casos concretos de escaleras de caracol nos ha permitido establecer analogías entre el comportamiento de estas estructuras y otros tipos formales como las cúpulas de revolución con óculo. Las magnitudes de los empujes para ambos tipos son similares. También se ha podido constatar lo eficiente de las geometrías empleadas por Guastavino en el diseño de sus escaleras de caracol.

Actualmente existen potentes herramientas de análisis, como el *Thrust Network Analysis* [Análisis de Malla de Empujes] (Block 2009) que permitirían abordar el estudio de estructuras tridimensionales complejas. Patrones de fuerzas inspirados en la solución de equilibrio expuesta, figura 10, y otros muchos se podrían emplear para encontrar otras soluciones de equilibrio y estudiar diferentes mecanismos de colapso y las cargas límite asociadas. Del mismo modo se puede usar el método de los cortes para indagar otras soluciones de equilibrio.

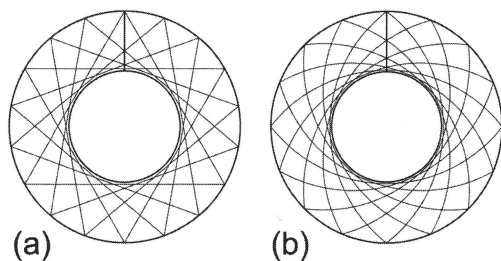


Figura 10

Patrones de fuerzas inspirados en la solución de equilibrio expuesta podrían ser empleados en el análisis de helicoides de fábrica mediante el empleo de herramientas como el Thrust Network Analysis¹

Como se ha visto, y es por otro lado evidente en las estructuras de fábrica, la geometría y proporción de las mismas juega un papel fundamental en su comportamiento estructural. Queda pendiente el estudio detallado de los documentos conservados de la Guastavino Company y de los ejemplos construidos tratando de extraer reglas de diseño con una justificación estructural. Algunos ejemplos como la de Baker Hall en el Carnegie Institute of Technology en Pittsburgh son auténticas obras maestras de la construcción en fábrica. Es necesaria una aproximación atenta a los mismos considerando en su análisis tanto su sofisticada geometría como configuración constructiva⁴. El objetivo es evitar que una excesiva simplificación de los modelos nos sustraiga elementos y características indispensables para alcanzar un conocimiento profundo de estas estructuras.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todas las personas que me han prestado su ayuda y apoyo durante el desarrollo de esta investigación. El profesor Santiago Huerta fue quien primero me planteó el problema del comportamiento estructural de las escaleras de caracol con óculo central. Él fue también quién me introdujo en la obra de Guastavino. Sus comentarios sobre los resultados obtenidos en García Ares (2007) me motivaron para seguir investigando sobre el tema. El profesor Bruce M. Coleman de la Syracuse University me permitió amablemente reproducir su fotografía de la escalera

de Guastavino en el Baker Hall de la Carnegie Mellon University en Pittsburg, Pennsylvania. Raquel de Francisco me animó a seguir con el estudio y vencer las dificultades que se presentaron.

NOTAS

1. Todos los dibujos de las figuras han sido realizados por el autor
2. Los dibujos de la Guastavino Company se encuentran en la colección Guastavino/Collins en la Avery Library. The Guastavino Fireproof Construction Company/George Collins architectural records and drawings, Department of Drawings & Archives, Avery Architectural & Fine Arts Library, Columbia University.
3. La sección a la que nos referimos se reproduce en Ochsendorf (2010, 202)
4. Los distintos aparejos, por ejemplo, permitirían estudiar potenciales riesgos de deslizamiento de los ladrillos. Para el análisis de la escalera de la figura 8 sólo se ha considerado la bóveda tabicada helicoidal. Sin embargo en el dibujo de la escalera del Baker Hall de la Carnegie Mellon University en Pittsburg se puede observar que la configuración constructiva de los escalones cuenta también con otros elementos. El borde libre suele presentar en estas construcciones un grosor adicional que podría ser una respuesta a la concentración de tensiones que aparece en la solución de equilibrio expuesta.

LISTA DE REFERENCIAS

- Block Philippe. 2009. Thrust Network Analysis: Exploring Three-dimensional Equilibrium. Tesis doctoral, Massachusetts Institute of Technology.
- Calladine, Christopher R. 2005. Preliminary structural analysis of a Guastavino spiral staircase shell. *Essays in the history of the theory of structures. In honour of Jacques Heyman*, editado por S. Huerta, 79-102. Madrid: Instituto Juan de Herrera
- Collins, G. R. 1968. The Transfer of Thin Masonry Vaulting from Spain to America. *Journal of the Society of Architectural Historians*, 27:176-201.
- García Ares, José Antonio. 2007. Un enfoque para el análisis límite de las escaleras de fábrica helicoidales. *Actas de Quinto Congreso Nacional de Historia de la Construcción. Burgos, 7-9 junio de 2007. Vol. 1*, 335-343. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

- Guastavino Moreno, Rafael. 1893. *Essay on the Theory and History of Cohesive construction, applied especially to the timbrel vault*. Boston: Ticknor and Company. (1 edición 1892).
- Heyman, Jacques. 1995. The mechanics of masonry stairs. *Structural Studies, Repairs and Maintenance of Historical Buildings IV. Vol 2: Dynamics, Repairs and Restoration*, editado por C. A. Brebbia y B. Lefteris. Southampton.
- Heyman, Jacques. 1998. Hooke's Cubico-Parabolical conoid. *Notes and Records of the Royal Society of London. Vol. 52*, 39-50.
- Heyman, Jacques. 1999. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera/ CEHOPU. (Traducción del la ed. inglesa: 1995. *The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture*. Cambridge: Cambridge University Press
- Hooke, Robert. 1675. *A description of helioscopes, and some other instruments*. Londres.
- Huerta, Santiago 2001. La mecánica de las bóvedas tabicadas en su contexto histórico: la aportación de los Guastavino. En *Las bóvedas de Guastavino en América*, editado por Santiago Huerta. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Huerta, Santiago. 2004. *Arcos bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Maunder, E. A. W. 2005. Staircases as cantilevers or arches? A question for limit analysis. En *Structural Analysis of Historical Constructions*, 569-576. Editado por C. Modena, P. Lourenço, y P. Roca. London: Taylor & Francis Group.
- Ochsendorf, John. 2010. *Guastavino Vaulting: The Art of Structural Tile*. New York: Princeton Architectural Press.
- Price, Sam. 1996. Cantilevered staircases. *Architectural Research Quarterly* 1, 76-87.
- Price, Sam y Rogers, Helen. 2005. Stone cantilevered staircases. *The Structural Engineer. Vol. 83/2*, 29-36.
- Taylor, Russell. 1990. Revealing masons' mystery. *Architects' Journal*. 192: 34-43.